

ការរកតួទី n នៃស្វ៊ីតក្នុងរាងពីរ

Finding the n th Term of a Sequence in Two Forms

ដោយ៖ លោក ឃឹម អេយុវឌ្ឍនៈវិជ្ជា
ប្រធាននាយកដ្ឋានគណិតវិទ្យានិងស្ថិតិ
នៃវិទ្យាស្ថានវិទ្យាសាស្ត្រនិងបច្ចេកវិទ្យា
រាជបណ្ឌិត្យសភាកម្ពុជា

១. សេចក្តីផ្តើម

កាលពីមុន យើងខ្ញុំបានលើកយកអត្ថបទស្រាវជ្រាវពីរដែលទាក់ទងនឹងស្វ៊ីតគឺអត្ថបទទី១ស្តីពី **ស្វ៊ីត និងការពង្រីក** និងអត្ថបទទី២ស្តីពី **ការរកតួទី n នៃស្វ៊ីត និងផលបូក** (Finding the n th Term of a Sequence and Sum)¹ ដោយចុះផ្សាយក្នុង RAC Facebook Page (<https://www.facebook.com/rac.gov.kh>) នៅថ្ងៃទី២២ ខែមីនា ឆ្នាំ២០២១ និងថ្ងៃទី២៥ ខែមិថុនា ឆ្នាំ២០២៤រៀងគ្នា។ ឥឡូវនេះ យើងខ្ញុំលើកយកអត្ថបទស្រាវជ្រាវមួយទៀតស្តីពី **ការរកតួទី n នៃស្វ៊ីតក្នុងរាងពីរ** (Finding the n th Term of a Sequence in Two Forms) មកចែករំលែកដល់អ្នកសិក្សា និងអ្នកស្រាវជ្រាវ ។ ជាការពិត ស្វ៊ីតមានរាង និងលក្ខណៈជាច្រើន ហេតុនេះក្នុងការរក ឬគណនាតួទី n នៃស្វ៊ីតអាចងាយស្រួល ឬលំបាក តែការសិក្សានេះ យើងនឹងលើកយកស្វ៊ីតពិសេសពីរ ហើយពីរបៀបរកតួទី n នៃស្វ៊ីត។ ចំពោះគោលបំណងនៃអត្ថបទស្រាវជ្រាវនេះ គឺចង់បង្ហាញពីទ្រឹស្តីបទពីរ ដែលបានបង្ហាញរូបមន្តតួទី n នៃស្វ៊ីត ដើម្បី

ជួយសម្រួលក្នុងការរក ឬគណនាតួនៃស្វ៊ីតឱ្យបានលឿនជាងមុន ដល់សិស្ស និងស្រី លោកគ្រូ អ្នកគ្រូ និងអ្នកស្រាវជ្រាវក្នុងការសិក្សាជំនាញគណិតវិទ្យា ហើយជាឯកសារជំនួយសម្រាប់រៀន និងបង្រៀនផងដែរ។ តើស្វ៊ីតពិសេសពីរនោះមានអ្វីខ្លះ? តើទ្រឹស្តីបទទាំងពីរនេះមានអំណះអំណាងបែបណា និងការអនុវត្តរបស់វា?

២. ស្វ៊ីតមានរាង $u_{n+1} = b \sqrt[\alpha]{u_n}^\beta$

ទ្រឹស្តីបទទី១

គេមានស្វ៊ីតចំនួនពិត $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ កំណត់ដោយ៖

$$\begin{cases} u_1 = a > 0 \\ u_{n+1} = b \sqrt[\alpha]{u_n}^\beta, \forall n, \alpha \in \mathbb{N}, b > 0, \beta \neq 0 \end{cases}$$

នោះយើងបានតួទូទៅនៃស្វ៊ីតនេះគឺ

$$u_n = a \cdot b^{n-1} \quad \text{បើ } \beta = \alpha$$

$$\text{ឬ } u_n = a \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{n-1} \cdot b^{\frac{\alpha}{\alpha-\beta}} \left[1 - \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{n-1}\right] \quad \text{បើ } \beta \neq \alpha$$

¹ (4) ការរកតួទី n ... - រាជបណ្ឌិត្យសភាកម្ពុជា - Royal Academy of Cambodia | Facebook

យើងមានសម្រាយបញ្ជាក់ដូចតទៅ៖

- ប្រសិនបើ $\beta = \alpha$ នោះ $u_{n+1} = b u_n$ ។ នាំឱ្យ (u_n) ជាស្វ៊ីតធរណីមាត្រដែលមានផលធៀបរួម b និងតួទីមួយ $u_1 = a$ ។ ពីរបមន្តស្វ៊ីតធរណីមាត្រ យើងបាន

$$u_n = u_1 \cdot b^{n-1} = a \cdot b^{n-1} \text{ (ពិត) ។}$$

- ប្រសិនបើ $\beta \neq \alpha$ នោះយើងតាង $v_n = \ln u_n$ ដែល $u_n > 0$ (តាមវិចារកំណើនលើ n) ។ នាំឱ្យ

$$v_{n+1} = \ln u_{n+1} = \ln \left[b \sqrt[n]{u_n^\beta} \right] = \ln b + \frac{\beta}{\alpha} \ln u_n$$

$$\text{ឬ } v_{n+1} = \frac{\beta}{\alpha} v_n + \ln b \text{ (*) ។}$$

សមីការ (*) មានសមីការសម្គាល់

$$r = \frac{\beta}{\alpha} r + \ln b \text{ ។ នាំឱ្យ } r = \frac{\alpha \ln b}{\alpha - \beta} \text{ ។}$$

ឥឡូវនេះ យើងតាង $b_n = v_n - r$ ។ នោះ

$$\begin{aligned} b_{n+1} &= v_{n+1} - r = \frac{\beta}{\alpha} v_n + \ln b - \frac{\alpha \ln b}{\alpha - \beta} \\ &= \frac{\beta}{\alpha} v_n + \frac{\alpha \ln b - \beta \ln b - \alpha \ln b}{\alpha - \beta} \\ &= \frac{\beta}{\alpha} \left(v_n - \frac{\alpha \ln b}{\alpha - \beta} \right) = \frac{\beta}{\alpha} (v_n - r) = \frac{\beta}{\alpha} b_n \text{ ។} \end{aligned}$$

នាំឱ្យ (b_n) ជាស្វ៊ីតធរណីមាត្រដែលមានផលធៀប

រួម $q = \frac{\beta}{\alpha}$ និង តួទីមួយ

$$\begin{aligned} b_1 &= v_1 - r = \ln u_1 - r \\ &= \ln a - \frac{\alpha \ln b}{\alpha - \beta} = \ln \frac{a}{b^{\frac{\alpha}{\alpha - \beta}}} \text{ ។} \end{aligned}$$

ពីរបមន្តនៃស្វ៊ីតធរណីមាត្រ នោះ

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1} = v_n - r = \ln u_n - r \text{ ។}$$

$$\text{នាំឱ្យ } \ln u_n = b_1 \cdot q^{n-1} + r$$

$$= \ln \frac{a}{b^{\frac{\alpha}{\alpha - \beta}}} \cdot \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^{n-1} + \frac{\alpha \ln b}{\alpha - \beta}$$

$$= \ln \left[\left(\frac{a}{b^{\frac{\alpha}{\alpha - \beta}}} \right) \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^{n-1} \cdot b^{\frac{\alpha}{\alpha - \beta}} \right] \text{ ។}$$

ដូចនេះ យើងបានតួទូទៅនៃស្វ៊ីតនេះគឺ

$$\begin{aligned} u_n &= \left(\frac{a}{b^{\frac{\alpha}{\alpha - \beta}}} \right) \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^{n-1} \cdot b^{\frac{\alpha}{\alpha - \beta}} \\ &= a \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^{n-1} \cdot b^{\frac{\alpha}{\alpha - \beta} \left[1 - \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^{n-1} \right]} \text{ (ពិត) ។} \end{aligned}$$

សម្គាល់

ខ្ញុំបានរៀបរៀងនូវទ្រឹស្តីបទទី១ នៅថ្ងៃទី១១ ខែ កុម្ភៈ ឆ្នាំ២០១៦។

ឥឡូវនេះ យើងអនុវត្តលើឧទាហរណ៍មួយចំនួន ដោយប្រើទ្រឹស្តីបទទី១។

ឧទាហរណ៍ទី១ គេមានស្វ៊ីតចំនួនពិត $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$

កំណត់ដោយ៖

$$\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n}, \forall n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\} \end{cases}$$

រកតួទូទៅនៃស្វ៊ីតនេះ។

យើងមានដំណោះស្រាយដូចតទៅ៖

យើងមាន $a = 4$, $b = 1$, $\alpha = 2$ និង $\beta = 1$ ។

តាមទ្រឹស្តីបទទី១ យើងបានតួទូទៅនៃស្វ៊ីតនេះគឺ

$$u_n = a \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^{n-1} \cdot b^{\frac{\alpha}{\alpha-\beta} \left[1 - \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^{n-1} \right]} = 4 \left(\frac{1}{2} \right)^{n-1} \text{ ។}$$

ឧទាហរណ៍ទី២ គេមានស្វ៊ីតចំនួនពិត $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ កំណត់ដោយ៖

$$\begin{cases} u_1 = 8 \\ u_{n+1} = \sqrt[3]{u_n^2}, \forall n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\} \end{cases}$$

រកតួទី n នៃស្វ៊ីតនេះ។

យើងមានដំណោះស្រាយដូចតទៅ៖

យើងមាន $a = 8, b = 1, \alpha = 3$ និង $\beta = 2$ ។

តាមទ្រឹស្តីបទទី១ យើងបានតួទី n នៃស្វ៊ីតនេះគឺ

$$u_n = a \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^{n-1} \cdot b^{\frac{\alpha}{\alpha-\beta} \left[1 - \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^{n-1} \right]} = 8 \left(\frac{2}{3} \right)^{n-1} \text{ ។}$$

ឧទាហរណ៍ទី៣ គេមានស្វ៊ីតចំនួនពិត $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ កំណត់ដោយ៖

$$\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{1}{\sqrt[4]{u_n^3}}, \forall n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\} \end{cases}$$

រក u_n ជាអនុគមន៍នៃ n ។

យើងមានដំណោះស្រាយដូចតទៅ៖

យើងមាន $u_1 = 3$ និង

$$u_{n+1} = \frac{1}{\sqrt[4]{u_n^3}} = \sqrt[4]{u_n^{-3}} \text{ ។}$$

នាំឱ្យ $a = 3, b = 1, \alpha = 4$ និង $\beta = -3$ ។

តាមទ្រឹស្តីបទទី១ យើងបាន u_n នៃស្វ៊ីតនេះគឺ

$$u_n = a \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^{n-1} \cdot b^{\frac{\alpha}{\alpha-\beta} \left[1 - \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^{n-1} \right]} = 3 \left(-\frac{3}{4} \right)^{n-1} \text{ ។}$$

ឧទាហរណ៍ទី៤ គេមានស្វ៊ីតចំនួនពិត $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ កំណត់ដោយ៖

$$\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = 3 \sqrt[7]{u_n^{11}}, \forall n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\} \end{cases}$$

រកតួទូទៅនៃស្វ៊ីតនេះ។

យើងមានដំណោះស្រាយដូចតទៅ៖

យើងមាន $a = 5, b = 3, \alpha = 7$ និង $\beta = 11$ ។

តាមទ្រឹស្តីបទទី១ យើងបានតួទូទៅនៃស្វ៊ីតនេះគឺ

$$\begin{aligned} u_n &= a \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^{n-1} \cdot b^{\frac{\alpha}{\alpha-\beta} \left[1 - \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^{n-1} \right]} \\ &= 5 \left(\frac{11}{7} \right)^{n-1} \cdot 3^{\frac{-7}{4} \left[1 - \left(\frac{11}{7} \right)^{n-1} \right]} \text{ ។} \end{aligned}$$

ឧទាហរណ៍ទី៥ គេមានស្វ៊ីតចំនួនពិត $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ កំណត់ដោយ៖

$$\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_{n+1} = 7 u_n^{\sqrt{3}}, \forall n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\} \end{cases}$$

រក u_n ជាអនុគមន៍នៃ n ។

យើងមានដំណោះស្រាយដូចតទៅ៖

យើងមាន $u_1 = 6$ និង

$$u_{n+1} = 7 u_n^{\sqrt{3}} = 7 \sqrt[1]{u_n^{\sqrt{3}}} \text{ ។}$$

នាំឱ្យ $a = 6, b = 7, \alpha = 1$ និង $\beta = \sqrt{3}$ ។

តាមទ្រឹស្តីបទទី១ យើងបាន u_n នៃស្វ៊ីតនេះគឺ

$$u_n = a \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^{n-1} \cdot b^{\frac{\alpha}{\alpha-\beta}} \left[1 - \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^{n-1} \right]$$

$$= 6(\sqrt{3})^{n-1} \cdot 7^{\frac{1}{1-\sqrt{3}}} \left[1 - (\sqrt{3})^{n-1} \right] \text{ ។}$$

ឧទាហរណ៍ទី៦ គេមានស្វ៊ីតចំនួនពិត $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$

កំណត់ដោយ៖

$$\begin{cases} u_1 = 7 \\ u_n = 32 \sqrt[3]{u_{n+1}^5}, \forall n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\} \end{cases}$$

រកតួទូទៅនៃស្វ៊ីតនេះ។

យើងមានដំណោះស្រាយដូចតទៅ៖

$$\text{យើងមាន } u_1 = 7 \text{ និង } u_n = 32 \sqrt[3]{u_{n+1}^5} \text{ ។}$$

$$\text{នាំឱ្យ } u_{n+1} = \frac{1}{8} \sqrt[5]{u_n^3} \text{ ។}$$

$$\text{នាំឱ្យ } a = 7, b = \frac{1}{8}, \alpha = 5 \text{ និង } \beta = 3 \text{ ។}$$

តាមទ្រឹស្តីបទទី១ យើងបានតួទូទៅនៃស្វ៊ីតនេះគឺ

$$u_n = a \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^{n-1} \cdot b^{\frac{\alpha}{\alpha-\beta}} \left[1 - \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^{n-1} \right]$$

$$= 7 \left(\frac{3}{5} \right)^{n-1} \cdot \left(\frac{1}{8} \right)^{\frac{5}{2}} \left[1 - \left(\frac{3}{5} \right)^{n-1} \right] \text{ ។}$$

៣. ស្វ៊ីតមានរាង $u_{n+1} = \frac{1}{2} \left(u_n + \frac{b}{u_n} \right)$

ទ្រឹស្តីបទទី២

គេមានស្វ៊ីតចំនួនពិត $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ កំណត់ដោយ៖

$$\begin{cases} u_1 = a > 0 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2} \left(u_n + \frac{b}{u_n} \right), \forall n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}, b > 0 \end{cases}$$

នោះយើងបានតួទូទៅនៃស្វ៊ីតនេះគឺ

$$u_n = \frac{\sqrt{b} \left[(a + \sqrt{b})^{2^{n-1}} + (a - \sqrt{b})^{2^{n-1}} \right]}{(a + \sqrt{b})^{2^{n-1}} - (a - \sqrt{b})^{2^{n-1}}} \text{ ។}$$

យើងមានសម្រាយបញ្ជាក់ដូចតទៅ៖

$$\text{យើងតាង } v_n = \frac{u_n - \sqrt{b}}{u_n + \sqrt{b}} \text{ ។ នាំឱ្យ}$$

$$u_n = \frac{\sqrt{b}(1+v_n)}{1-v_n} \text{ និង}$$

$$v_{n+1} = \frac{u_{n+1} - \sqrt{b}}{u_{n+1} + \sqrt{b}} = \frac{\frac{1}{2} \left(u_n + \frac{b}{u_n} \right) - \sqrt{b}}{\frac{1}{2} \left(u_n + \frac{b}{u_n} \right) + \sqrt{b}}$$

$$= \frac{\frac{u_n^2 + b - 2\sqrt{b}u_n}{2u_n}}{\frac{u_n^2 + b + 2\sqrt{b}u_n}{2u_n}} = \frac{(u_n - \sqrt{b})^2}{(u_n + \sqrt{b})^2}$$

$$= \left(\frac{u_n - \sqrt{b}}{u_n + \sqrt{b}} \right)^2 = v_n^2 \text{ ។ នាំឱ្យ}$$

$$v_n = v_{n-1}^2 = (v_{n-2}^2)^2 = v_{n-2}^{2^2} = \dots = v_1^{2^{n-1}} \text{ ។}$$

$$\text{ប៉ុន្តែ } v_1 = \frac{u_1 - \sqrt{b}}{u_1 + \sqrt{b}} = \frac{a - \sqrt{b}}{a + \sqrt{b}} \text{ នោះយើងបានតួ}$$

ទូទៅនៃស្វ៊ីតនេះគឺ

$$u_n = \frac{\sqrt{b}(1+v_n)}{1-v_n} = \frac{\sqrt{b}[1+v_1^{2^{n-1}}]}{1-v_1^{2^{n-1}}}$$

$$= \frac{\sqrt{b} \left[1 + \left(\frac{a - \sqrt{b}}{a + \sqrt{b}} \right)^{2^{n-1}} \right]}{1 - \left(\frac{a - \sqrt{b}}{a + \sqrt{b}} \right)^{2^{n-1}}}$$

$$= \frac{\sqrt{b} \left[(a + \sqrt{b})^{2^{n-1}} + (a - \sqrt{b})^{2^{n-1}} \right]}{(a + \sqrt{b})^{2^{n-1}} - (a - \sqrt{b})^{2^{n-1}}} \text{ (ពិត) ។}$$

សម្គាល់

ខ្ញុំបានរៀបរៀងនូវទ្រឹស្តីបទទី២ នៅថ្ងៃទី៣១ ខែមីនា ឆ្នាំ២០១៦។

ឥឡូវនេះ យើងអនុវត្តលើឧទាហរណ៍ចំនួនពីរ ដោយប្រើទ្រឹស្តីបទទី២។

ឧទាហរណ៍ទី៧ គេមានស្វ៊ីតចំនួនពិត $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ កំណត់ដោយ៖

$$\begin{cases} u_1 = 5 + 3\sqrt{5} \\ u_{n+1} = \frac{1}{2} \left(u_n + \frac{5}{u_n} \right), \forall n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\} \end{cases}$$

រកតួទូទៅនៃស្វ៊ីតនេះ។

យើងមានដំណោះស្រាយដូចតទៅ៖

យើងមាន $a = 5 + 3\sqrt{5}$ និង $b = 5$ ។

តាមទ្រឹស្តីបទទី២ យើងបានតួទូទៅនៃស្វ៊ីតនេះគឺ

$$u_n = \frac{\sqrt{b} \left[(a + \sqrt{b})^{2^{n-1}} + (a - \sqrt{b})^{2^{n-1}} \right]}{(a + \sqrt{b})^{2^{n-1}} - (a - \sqrt{b})^{2^{n-1}}}$$

$$= \frac{\sqrt{5} \left[(5 + 3\sqrt{5} + \sqrt{5})^{2^{n-1}} + (5 + 3\sqrt{5} - \sqrt{5})^{2^{n-1}} \right]}{(5 + 3\sqrt{5} + \sqrt{5})^{2^{n-1}} - (5 + 3\sqrt{5} - \sqrt{5})^{2^{n-1}}}$$

$$= \frac{\sqrt{5} \left[(5 + 4\sqrt{5})^{2^{n-1}} + (5 + 2\sqrt{5})^{2^{n-1}} \right]}{(5 + 4\sqrt{5})^{2^{n-1}} - (5 + 2\sqrt{5})^{2^{n-1}}} \text{ ។}$$

ឧទាហរណ៍ទី៨ គេមានស្វ៊ីតចំនួនពិត $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ កំណត់ដោយ៖

$$\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2} \left(u_n + \frac{4}{9u_n} \right), \forall n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\} \end{cases}$$

រកតួទី n នៃស្វ៊ីតនេះ។

យើងមានដំណោះស្រាយដូចតទៅ៖

យើងមាន $a = 3$ និង $b = \frac{4}{9}$ ។

តាមទ្រឹស្តីបទទី២ យើងបានតួទី n នៃស្វ៊ីតនេះគឺ

$$u_n = \frac{\sqrt{b} \left[(a + \sqrt{b})^{2^{n-1}} + (a - \sqrt{b})^{2^{n-1}} \right]}{(a + \sqrt{b})^{2^{n-1}} - (a - \sqrt{b})^{2^{n-1}}}$$

$$= \frac{\frac{2}{3} \left[\left(3 + \frac{2}{3}\right)^{2^{n-1}} + \left(3 - \frac{2}{3}\right)^{2^{n-1}} \right]}{\left(3 + \frac{2}{3}\right)^{2^{n-1}} - \left(3 - \frac{2}{3}\right)^{2^{n-1}}}$$

$$= \frac{2 \left[\left(\frac{11}{3}\right)^{2^{n-1}} + \left(\frac{7}{3}\right)^{2^{n-1}} \right]}{3 \left[\left(\frac{11}{3}\right)^{2^{n-1}} - \left(\frac{7}{3}\right)^{2^{n-1}} \right]} \text{ ។}$$

សរុបមក អត្ថបទស្រាវជ្រាវនេះ នឹងផ្តល់នូវចំណេះដឹងខាងទ្រឹស្តីគឺ ទ្រឹស្តីបទទី១ និងទី២ ជាមួយការអនុវត្តរបស់វាជាឧទាហរណ៍មួយចំនួន ដើម្បីចូលរួមចំណែកក្នុងការអភិវឌ្ឍនូវចំណេះដឹងខាងផ្នែកទ្រឹស្តីគណិតវិទ្យាលើវិស័យអប់រំ។ ជាចុងក្រោយ យើង

ខ្ញុំសង្ឃឹមថា អត្ថបទនេះ ជាឯកសារដ៏សំខាន់មួយ សម្រាប់ជួយសម្រួលដល់សិស្ស និស្សិត លោកគ្រូ អ្នកគ្រូ និងអ្នកស្រាវជ្រាវក្នុងការរក ឬគណនាតួទី n នៃស្វ៊ីតឱ្យបានលឿនជាងមុន នៅកម្រិតមធ្យមសិក្សា និងឧត្តមសិក្សា។

ឯកសារពិគ្រោះ

ភាសាខ្មែរ

-ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា(២០០៩) សៀវភៅ << គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១១ កម្រិតមូលដ្ឋាន >> ការផ្សាយរបស់គ្រឹះស្ថានបោះពុម្ពនិងចែកផ្សាយ ភ្នំពេញ។

-ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា(២០០៩) សៀវភៅ << គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១១ កម្រិតខ្ពស់ >> ការផ្សាយរបស់គ្រឹះស្ថានបោះពុម្ពនិងចែកផ្សាយ ភ្នំពេញ។

គេហទំព័រ

<http://rac.gov.kh/royal-academy/listing/attachments/original/130.pdf?1616763090>

<https://byjus.com/maths/sequence-and-series/>

<https://courses.lumenlearning.com/boundless-algebra/chapter/sequences-and-series/>

http://pdfs.cpm.org/state_supplements/Sequences.pdf

<https://en.wikipedia.org/wiki/Sequence>

https://amsi.org.au/ESA_Senior_Years/PDF/Sequences1d.pdf

(4) ការអភិវឌ្ឍន៍ $n...$ - រាជបណ្ឌិត្យសភាកម្ពុជា - Royal Academy of Cambodia | Facebook