ភាពស្វ៊ែរ៖ ពីធរណីមាត្រ ទៅការវិភាគទិន្នន័យស្ថិតិ

Sphericity: From Geometry to Statistical Data Analysis

បណ្ឌិត **ម៉ុង ម៉ារ៉ា**
មន្ត្រីស្រាវជ្រាវបណ្ដោះអាសន្ន
នាយកដ្ឋានគណិតវិទ្យានិងស្ថិតិ
វិទ្យាស្ថានវិទ្យាសាស្ត្រនិងបច្ចេកវិទ្យា
រាជបណ្ឌិត្យសភាកម្ពុជា

មូលន័យសង្ខេប

គំនិតនៃភាពស្វ៊ែមានឫសគល់យ៉ាងជ្រៅនៅក្នុងធរណីមាត្រ។ វាជាតំណាងឱ្យភាពស៊ីមេទ្រីនិងលំនឹងឥតខ្ចោះ។ មានដើមកំណើតចេញពីការសិក្សាអំពីរូបរាងស៊ីមេទ្រីឥតខ្ចោះដូចជាស្វ៊ែជាដើម គំនិតនេះបានទាក់ទាញចំណាប់អារម្មណ៍របស់អ្នកគណិតវិទ្យា អ្នកវិទ្យាសាស្ត្រ និង វិស្វករអស់រយៈកាលជាច្រើនសតវត្សមកហើយ។ ទៅហួសពីធរណីមាត្រ រាងស្វ៊ែលេចឡើងដោយធម្មជាតិនៅក្នុងបាតុភូតមួយចំនួនដូចជាដំណក់ទឹកភ្លៀងនិងពពុះដោយសារការបន្តឹងផ្ទៃខាងនិងអប្បបរមាកម្មថាមពល។ នៅក្នុងភូមិសណ្ឋានវិទ្យានិងជីវវិទ្យា គំនិតនៃភាពស្វ៊ែត្រូវបានអនុវត្តដើម្បីវិភាគរូបរាងនៃដុំសិលា និង កោសិកាដោយរៀងៗគ្នា តាមរយៈការរំលេចឡើងនូវគុណសម្បិត្តនៃមុខងាររបស់វានៅក្នុងធម្មជាតិ។ ទោះបីជាយ៉ាងណាក៏ដោយ នៅក្នុងស្ថិតិវិទ្យា ជាពិសេស នៅក្នុងការវិភាគទិន្នន័យវង្វាស់ម្ដងហើយម្ដងទៀត(repeated-measures analysis) និង ការវិភាគទិន្នន័យច្រើនអថេរ (multivariate analysis) ភាពស្វ៊ែមានអត្ថន័យអរូបីយ ដែលសំដៅដល់ភាពស្មើគ្នានៃវ៉ារ្យ៉ង់និងកូវ៉ារ្យ៉ង់។ នៅពេលដែលលក្ខខណ្ឌភាពស្វ៊ែត្រូវបានគោរព តេស្តស្ថិតិដូចជា ANOVA និង MANOVA សម្រាប់ទិន្នន័យវង្វាស់ម្ដងហើយម្ដងទៀត ផ្ដល់លទ្ធផលត្រឹមត្រូវនិងមានសុពលភាព រីឯការបំពានលក្ខខណ្ឌអាចនាំទៅរកការសន្និដ្ឋានខុស។ ដូច្នេះ ការធ្វើតេស្តនិងការដោះស្រាយបញ្ហាភាពស្វ៊ែមានសារៈសំខាន់នៅក្នុងការវិភាគទិន្នន័យ។ អត្ថបទនេះ នឹងរុករកវិវឌ្ឍន៍នៃគំនិតនៃភាពស្វ៊ែនៅក្នុងមុខវិជ្ជានានា ចាប់ពីមូលដ្ឋានគ្រឹះធរណីមាត្ររហូតដល់តួនាទីរបស់វានៅក្នុងការវិភាគទិន្នន័យដោយបង្ហាញការតភ្ជាប់មុខវិជ្ជានានារវាងភាពស៊ីមេទ្រីរូបវន្តនិងលក្ខណៈបែបអរូបីយក្នុងស្ថិតិ ។ តាមរយៈដំណើរនេះ យើងនឹងបង្ហាញសារៈសំខាន់ និង ភាពបត់បែនជានិរន្តនៃភាពស្វ៊ែទាំងនៅក្នុងការយល់ដឹងទ្រឹស្ដី និង ទាំងការអនុវត្តជាក់ស្ដែងនៅក្នុងវិស័យនានា៕

សេចក្តីផ្តើម

ភាពស៊ែ្វជាគំនិតមួយដែលមានឫសគល់យ៉ាងជ្រៅនៅក្នុងវិស័យធរណីមាត្រ។ វាបង្កប់នូវគំនិតនៃរបៀបដែលវត្ថុមួយមានភាពប្រហាក់ប្រហែលទៅនឹងស៊ែ្វមួយ។ ស៊ែ្វដែលកំណត់ដោយភាពស៊ីមេទ្រីដ៏ឥតខ្ចោះគឺជាតំណាងឱ្យភាពមានលំនឹង និង សង្គតភាពតាមបែបគណិតវិទ្យា។ ចាប់ពីភាពស៊ីមេទ្រីនៃរូបរាងរបស់ភពនានាក្នុងលំហរហូតដល់រូបរាងស៊ែ្វក្នុងការរចនាវិស្វកម្ម គំនិតនៃភាពស៊ែ្វបានទាក់ទាញគណិតវិទូ អ្នកវិទ្យាសាស្ត្រ និង វិស្វករអស់រយៈកាលជាច្រើនសតវត្សមកហើយ។គតិធរណីមាត្រនេះក្លាយជានិមិត្តរូបមិនត្រឹមតែសម្រាប់ភាពស៊ីមេទ្រីរូបវន្តប៉ុណ្ណោះទេ ប៉ុន្តែក៏ជាភាពធើតឆាយដែលមានស្រាប់ក្នុងធម្មជាតិនិងដែលរូបរាងនានាដូចជាដំណក់ទឹក និង ពពុះទាំងឡាយជាដើមនោះបង្កើតបានជាស៊ែ្វ ដោយសារភាពតឹងនៅលើផ្ទៃខាង និង អប្បបរមាកម្មថាមពល(Thompson, 1917)។

នៅក្នុងធរណីមាត្រ ភាពស៊ែ្វសំដៅដល់រង្វាស់នៃលក្ខណៈដែលរាងរបស់វត្ថុមួយដូចគ្នាទៅនឹងស៊ែ្វមួយ។ ភាពស៊ែ្វត្រូវបានយកទៅអនុវត្តជាក់ស្តែងនៅក្នុងវិស័យជាច្រើន។ នៅក្នុងភូគព្ភវិទ្យា ភាពស៊ែ្វត្រូវបានប្រើប្រាស់ដើម្បីសិក្សារូបសាស្ត្ររបស់ភាគល្អិត ដុំសិលា និង កករ ដែលជួយដល់ការយល់ដឹងអំពីនិម្មិតកម្ម និង ដំណើរការបម្លាស់ទីរបស់វា(Blott & Pye, 2008a)។ ដូចគ្នានេះដែរនៅក្នុងជីវវិទ្យា រាងស៊ែ្វត្រូវបានសង្កេតឃើញជាញឹកញាប់នៅលើកោសិកានិងសរីរាង្គដទៃៗ ដែលសមត្ថភាពរបស់វានៅក្នុងការបង្រួមផ្ទៃខាងឱ្យនៅតូចបំផុតប៉ុន្តែរក្សាមាឌរបស់វានៅធំបំផុតបង្ហាញនូវអត្ថប្រយោជន៍សម្រាប់ការបន្តជីវិត។ ភាពស៊ែ្វក៏ដើរតួនាទីសំខាន់ណាស់ដែរនៅក្នុងរូបវិទ្យា ជាវិស័យដែលបង្ហាញម៉ូដែលដ៏ប្រសើរសម្រាប់ការយល់ដឹងអំពីប្រព័ន្ធដែលមានភាពសំញ៉ាំ។ ទោះបីជាយ៉ាងណាក៏ដោយគំនិតនៃភាពស៊ែ្វត្រូវឆ្លងកាត់ឫសគល់ធរណីមាត្រនិងបន្តតាមរបៀបផ្សេងៗទៅកាន់វិស័យដទៃទៀត មានជាអាទិ៍វិស័យវិភាគទិន្នន័យស្ថិតិជាដើម។ នៅក្នុងការវិភាគទិន្នន័យ បំណកស្រាយនៃភាពស៊ែ្វមានលក្ខណៈអរូបីយប៉ុន្តែមានសារៈសំខាន់។ វាពិពណ៌នាភាពឯកសណ្ឋាន ឬ ភាពស្មើគ្នានៃវ៉ារ្យ៉ង់និងកូវ៉ារ្យ៉ង់នៅក្នុងទិន្នន័យ ជាពិសេសនៅក្នុងបរិបទនៃ*ពិសោធន៍រង្វាស់ម្តងហើយម្តងទៀត* (repeated-measures experiment) ឬ ការវិភាគទិន្នន័យច្រើនអថេរ(multivariate data analyses)។ នៅពេលដែលទិន្នន័យអនុលោមតាមលក្ខខណ្ឌភាពស៊ែ្វ មានន័យថាវ៉ារ្យ៉ង់នៃផលដករវាងពីរក្រុមខុសៗក្នុងចំណោមក្រុមទាំងអស់គឺស្មើគ្នា ដែលធានានូវភាពជឿទុកចិត្តបាននៃតេស្តស្ថិតិមួយចំនួនដូចជា repeated-meaures ANOVA ឬ MANOVA (Mauchly, 1940)។ ការបំពានលក្ខខណ្ឌសន្មតនេះអាចនាំទៅដល់លទ្ធផលដែលមិនត្រឹមត្រូវ ដែលការនេះកាន់តែបង្ហាញអំពីភាពចាំបាច់ក្នុងការពិនិត្យមើលនិងដោះស្រាយបញ្ហាភាពស៊ែ្វនៅក្នុងការវិភាគទាំងនោះ(Field, 2013)។ គំនិតនៃភាពស៊ែ្វនៅក្នុងការវិភាគទិន្នន័យ មិនត្រឹមតែជារបស់ដែលទាញចេញពីគណិតវិទ្យាប៉ុណ្ណោះទេ ប៉ុន្តែវាជាមូលដ្ឋានសម្រាប់ការវិភាគទិន្នន័យស្ថិតិដ៏ត្រឹមត្រូវមួយ។ សារៈសំខាន់របស់វាគឺស្ថិតនៅត្រង់តួនាទីនៅក្នុងការធានាសុពលភាពនិងភាពរឹងមាំនៃលទ្ធផលវិភាគ។ នៅពេលដែលអ្នកអ្នកសិក្សាស្រាវជ្រាវវិភាគទិន្នន័យដែលសាំញ៉ាំ លក្ខខណ្ឌភាពស៊ែ្វជួយរក្សាភាពត្រឹមត្រូវនៃសេចក្តីសន្និដ្ឋានរបស់ពួកគេ។ ឧទាហរណ៍៖នៅក្នុងវិទ្យាសាស្ត្រសង្គម ការស្រាវជ្រាវវេជ្ជសាស្ត្រ ឬ ចិត្តវិទ្យា *ការរចនារង្វាស់ម្តងហើយម្តងទៀត* (repeated-measures designs) ត្រូវបានប្រើយ៉ាងញឹកញាប់ ដើម្បីតាមដានការប្រែប្រួលនៅក្នុងអថេរតាមកាលឬតាមលក្ខខណ្ឌផ្សេងៗ។ នៅក្នុងករណីទាំងនេះ ការយល់ដឹងនិងការដោះស្រាយបញ្ហាអំពីភាពស៊ែ្វគឺមានសារៈសំខាន់សម្រាប់ការទាញសន្និដ្ឋានដែលមានអត្ថន័យត្រឹមត្រូវពីទិន្នន័យ(Tabachnick & Fidell, 2013)។ ការឆ្លងពីរូបវន្តភាពជាស៊ែ្វនៅក្នុងធរណីមាត្រទៅជាអរូបីយភាពនៅក្នុងការវិភាគទិន្នន័យ បានបង្ហាញអំពីលក្ខណៈអន្តរ

វិស័យនៃភាពស្វ៊ែ។ ស្ថិតនៅក្នុងធរណីមាត្រ វាពិពណ៌នាអំពីភាពស៊ីមេទ្រីយ៉ាងជាក់ស្ដែងនៃសណ្ឋានរបស់វត្ថុ រីឯនៅក្នុងការវិភាគទិន្នន័យវិញវាក្ដោបលើភាពស៊ីមេទ្រីបែបអរូបីយនៃវ៉ារ្យ៉ង់និងកូវ៉ារ្យ៉ង់។ ដំណើរឆ្លងពីធរណីមាត្រទៅដល់ស្ថិតិវិទ្យានៃភាពស្វ៊ែនេះ បានបង្ហាញអំពីរបៀបដែលគំនិតមូលដ្ឋាននៅក្នុងវិស័យមួយអាចវិវត្តនិងសម្របទៅតាមតម្រូវការនៅក្នុងវិស័យផ្សេងៗទៀត ដែលជាស្ពានភ្ជាប់រវាងការយល់ដឹងទ្រឹស្ដីនិងការអនុវត្តជាក់ស្ដែង។

នៅក្នុងអត្ថបទនេះ យើងនឹងពិភាក្សាឱ្យបានជ្រៅទៅក្នុងពហុទស្សនវិស័យនៃភាពស្វ៊ែ ដោយចាប់ផ្ដើមពីដើមកំណើតរបស់វានៅក្នុងធរណីមាត្ររួចបន្តទៅដល់តួនាទីដ៏សំខាន់របស់វានៅក្នុងការវិភាគទិន្នន័យស្ថិតិ។ តាមរយៈការសិក្សាអំពីការប្រើប្រាស់របស់វានៅក្នុងវិស័យផ្សេងៗ យើងនឹងបានបង្ហាញអំពីរបៀបដែលភាពស្វ៊ែរក្សាភាពមានសារៈសំខាន់ និង ភាពអាចបត់បែនបាន។ មិនថាចំពោះការនិយាយអំពីសណ្ឋានរបស់វា ឬ អំពីអត្ថន័យស្ថិតិទេ ភាពស្វ៊ែបានតភ្ជាប់វិស័យផ្សេងៗគ្នា និង ផ្ដល់នូវការយល់ដឹងទាំងអំពីគំនិតរូបី និង ទាំងគំនិតអរូបី។ យើងសង្ឃឹមថាការលាតត្រដាងនេះនឹងជំរុញឱ្យមានការមើលឃើញកាន់តែច្រើននូវសោភ័ណភាព និង សារៈប្រយោជន៍របស់ភាពស្វ៊ែ ដោយការរំលេចឡើងនូវឥទ្ធិពលរបស់វាទៅលើវិទ្យាសាស្ត្រ និង ការអនុវត្ត។

១ មូលដ្ឋានគ្រឹះធរណីមាត្រនៃភាពស្វ៊ែ

១.១ និយមន័យនិងលក្ខណៈគណិតវិទ្យា

នៅក្នុងធរណីមាត្រ ភាពស្វ៊ែសំដៅលើរង្វាស់នៃសភាពដែលវត្ថុមួយខិតជិតស្វ៊ែមួយ។ ស្វ៊ែត្រូវបានកំណត់ថាជារូបរាងធរណីមាត្របីវិមាត្រដែលគ្រប់ចំណុចនៅលើផ្ទៃមានចំងាយស្មើៗគ្នាពីចំណុចនឹងមួយដែលគេហៅថាជាផ្ចិតស្វ៊ែ(Kreyszig, 2011)។ វាត្រូវបានកំណត់លក្ខណៈដោយភាពស៊ីមេទ្រី កំណោងតែមួយ និង មិនមានទ្រនុងនិងកំពូលទេ។ ស្វ៊ែត្រូវបានចាត់ទុកជាតំណាងឱ្យលំនឹងនិងប្រសិទ្ធភាព ដែលធ្វើឱ្យផ្ទៃខាងមានផ្ទៃក្រឡាតូចបំផុតប៉ុន្តែមាឌវត្ថុធំបំផុត(Thompson, 1917; Wadell, 1935)។ តាមគណិតវិទ្យា ភាពស្វ៊ែ ψ ត្រូវបានកំណត់ដោយបរិមាណតាមរយៈផលធៀបផ្ទៃក្រឡានៃផ្ទៃខាងរបស់ស្វ៊ែដែលមានមាឌប៉ុនមាឌវត្ថុទៅនឹងផ្ទៃក្រឡានៃផ្ទៃខាងរបស់វត្ថុ (Wadell, 1935)។ ឧទាហរណ៍ គេអាចពិចារណាអំពីវត្ថុមួយដែលមានរាងមិននិយ័ត តាមរយៈការប្រៀបធៀបផ្ទៃក្រឡានៃផ្ទៃខាងរបស់វត្ថុនោះទៅនឹងផ្ទៃក្រឡាខាងរបស់ស្វ៊ែដែលមានមាឌប៉ុនវត្ថុ គេអាចកំណត់ថាតើវត្ថុនោះមានភាពស្វ៊ែកម្រិតណា។ រូបរាងដែលកាន់តែមិននិយ័តមានគែមរដឺបរដុប ឬ មានរាងទ្រវែង នឹងមានតម្លៃភាពស្វ៊ែកាន់តែតូច។ រីឯវត្ថុដែលមានរូបរាងកាន់តែហាប់ និង កាន់តែមូល មានតម្លៃភាពស្វ៊ែកាន់តែខ្ពស់ (Blott & Pye, 2008)។ ខាងក្រោមនេះគឺជាឧទាហរណ៍មួយដែលបង្ហាញអំពីការគណនាភាពស្វ៊ែរបស់គូបមួយ។ ឧបមាថា គូបមានជ្រុងប្រវែង a នោះមាឌរបស់គូបគឺ $V_{cube} = a^3$ និង ផ្ទៃក្រឡានៃផ្ទៃខាងរបស់គូបគឺ $A_{cube} = 6a^2$ ។ ស្វ៊ែដ៏ឥតខ្ចោះមួយដែលមានកាំប្រវែង r មានមាឌ $V_{sphere} = \frac{4}{3}\pi r^3$ និងផ្ទៃក្រឡានៃផ្ទៃខាងគឺ $A_{sphere} = 4\pi r^2$ ។ ការផ្ទឹម(ដាក់ឱ្យស្មើ) មាឌនៃវត្ថុទាំងពីរ នាំឱ្យយើងបានសមីការ៖

$$a^3 = \frac{4}{3}\pi r^3$$

ទាញរក r នាំឱ្យយើងបាន

$$r=\left(\frac{3a^3}{4\pi}\right)^{\frac{1}{3}}$$

ដូច្នេះផ្ទៃក្រឡានៃផ្ទៃខាងរបស់ស្វ៊ែទៅជា

$$A_{sphere}=4\pi\left[\left(\frac{3a^3}{4\pi}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^2=(4\pi)^{\frac{1}{3}}3^{\frac{2}{3}}a^2$$

ភាពស្វ៊ែរបស់គូបកំណត់ដោយ

$$\psi=\frac{A_{cube}}{A_{sphere}}=\frac{1}{6}(4\pi)^{\frac{1}{3}}\cdot 3^{\frac{2}{3}}=0.806$$

លទ្ធផលបានបង្ហាញថាភាពស្វ៊ែរបស់គូបមួយ ស្មើនឹង 0.806 បញ្ជាក់ថាគូបមានភាពដូចស្វ៊ែ80.6%។

តាមរយៈការយល់ដឹងអំពីលក្ខណៈគណិតវិទ្យារបស់ភាពស្វ៊ែ អ្នកអានអាចវាយតម្លៃជាបរិមាណនូវភាពដូចគ្នារវាងវត្ថុក្នុងពិភពពិតជាក់ស្តែងនិងរូបរាងស្វ៊ែពិតប្រាកដ ដែលជាការត្រួសត្រាយផ្លូវសម្រាប់ការយល់ស៊ីជម្រៅអំពីភាពស្វ៊ែនៅក្នុងវិស័យផ្សេងៗទៀត។ លក្ខណៈពិសេសនៃភាពស្វ៊ែបានធ្វើឱ្យវាក្លាយជាគំនិតមូលដ្ឋានគ្រឹះនៅក្នុងធរណីមាត្រដែលផ្តល់នូវការតភ្ជាប់យ៉ាងសំខាន់រវាងគណិតវិទ្យាបែបទ្រឹស្តីនិងការអនុវត្តជាក់ស្តែងនៅក្នុងធម្មជាតិនិងវិស្វកម្ម។

១.២ ការអនុវត្តមួយចំនួននៃភាពស្វ៊ែ

ភាពស្វ៊ែជារង្វាស់ដែលបង្ហាញអំពីភាពដែលរូបរាងរបស់វត្ថុមួយខិតទៅរករាងស្វ៊ែមួយ។ វាដើរតួនាទីយ៉ាងសំខាន់ក្នុងវិស័យវិទ្យាសាស្ត្រជាច្រើន។ ការអនុវត្តរបស់វាមានចាប់ពីក្នុងវិទ្យាសាស្ត្រធម្មជាតិដូចជា ភូគព្ភវិទ្យា និងជីវវិទ្យាហូតដល់វិទ្យាសាស្ត្រអនុវត្តដូចជា រូបវិទ្យា និង វិស្វកម្មជាដើម។

ក. ឧទាហរណ៍មួយចំនួននៅក្នុងភូគព្ភវិទ្យា

នៅក្នុងភូគព្ភវិទ្យា ភាពស្វ៊ែគឺជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រដ៏សំខាន់មួយសម្រាប់ពិនិត្យមើលភាគល្អិតនៃកករ ដូចជាគ្រាប់ខ្សាច់ ក្រួស និង ដុំសិលា។ វាផ្តល់នូវការយល់ដឹងដ៏មានសារៈសំខាន់អំពីបម្លាស់ទីនៃភាគល្អិត ដំណើរការនៃការបំបែកសិលានិងរ៉ែនៅក្នុងស្រទាប់ផែនដីដោយអាកាសធាតុ និង ដំណើរការនៃធ្លាក់ចុះឬការតាំងនៅនៃភាគល្អិត។ ភាគល្អិតដែលកាន់តែមានភាពស្វ៊ែខ្ពស់នឹងមានភាពទប់កាន់តែតិចនៅពេលផ្លាស់ទីក្នុងទឹកឬខ្យល់ ចំណែកឯភាគល្អិតដែលមានរូបរាងមិននិយ័តនិងកាន់ឃ្លាតឆ្ងាយពីភាពស្វ៊ែ នោះបម្លាស់ទី ឬ ការតាំងទីកាន់តែមានសភាពមិនរៀបរយ។ ការសិក្សាមួយចំនួនដែលបានលើកឡើងអំពីរបៀបដែលភាពស្វ៊ែមានឥទ្ធិពលទៅលើល្បឿននៃការតាំងទីនិងបម្លាស់ទីរបស់ភាគល្អិតមានជាអាទិ៍ (Komar & Reimers, 1978; Slootman et al., 2023; Yang et al., 2021)។ ភាពស្វ៊ែនៃភាគល្អិតមានការជាប់ទាក់ទងនឹងមេកានិកដីជាពិសេសភាពរឹងមាំនៃរូបធាតុគ្រាប់ៗ។ ជាឧទាហរណ៍ ការសិក្សារបស់ Alshibli & Cil (2018) Santamarina & Cho(2004) និង Zhao et al.(2015) បង្ហាញថាចំពោះភាគល្អិតដែលមានភាពស្វ៊ែកាន់តែតូចនោះភាពបង្ហាំនៃភាគល្អិតមានកាន់តែខ្ពស់។

ខ. ឧទាហរណ៍នៅក្នុងជីវវិទ្យា

រាងស្វ៊ែដើរតួនាទីសំខាន់នៅក្នុងជីវវិទ្យា។ បាក់តេរីមួយចំនួនមានរាងមូលពីធម្មជាតិ ប៉ុន្តែមួយចំនួនទៀតប្រែប្រួលពីរាងដំបងទៅជារាងស្វ៊ែនៅពេលដែលប្រូតេអ៊ីនមួយចំនួនបាត់បង់ ដែលវាមានឥទ្ធិពលទៅលើការលូតលាស់និងបន្តជីវិត(Krulwich et al., 1967; Yulo & Hendrickson, 2019)។ នៅក្នុងវិស្វកម្មជាលិកា អ្នកវិទ្យាសាស្ត្រប្រើប្រាស់រចនាសម្ព័ន្ធកោសិការាងមូលតូចល្អិត ដែលគេហៅថាស្វ៊ែរ៉ូអ៊ីដ(spheroid) ដើម្បីបង្កើតជាលិកាសិប្បនិម្មិត។ ការប្រើរូបរាងនេះបានជួយផលិតជាលិកាដែលកាន់តែដូចគ្នានឹងជាលិកាធម្មជាតិ ជាពិសេសនៅពេលដែលគេប្រើប្រាស់វិធីព្រីនបីវិមាត្រដែលគេហៅថា Spherical Shell Bioprinting(SSB) (Son et al., 2024)។ នៅក្នុងមន្ទីរពិសោធន៍ អ្នកវិទ្យាសាស្ត្របណ្ដុះកោសិកានៅក្នុងអណ្ដូងរាងមូលតូចៗ ដែលគេហៅថា microwell ដើម្បីបង្កើតចង្កោមកោសិកាបីវិមាត្រ ហៅថាស្វ៊ែរ៉ូអ៊ីដ។ រូបរាងស្វ៊ែទាំងនេះមានប្រយោជន៍សម្រាប់សិក្សានូវរបៀបដែលកោសិកាលូតលាស់និងប្រព្រឹត្តទៅនៅក្នុងបរិស្ថានវិមាត្របីដែលកាន់តែដូចក្នុងធម្មជាតិ ហើយវាមានសារៈសំខាន់សម្រាប់ការស្រាវជ្រាវជំងឺមហារីកនិងតេស្តឱសថ។

គ. ឧទាហរណ៍នៅក្នុងរូបវិទ្យានិងវិស្វកម្ម

ភាពស្វ៊ែដើរតួនាទីយ៉ាងសំខាន់នៅក្នុងការអនុវត្តរូបវិទ្យានិងវិស្វកម្ម។ នៅក្នុងការវិភាគរូបរាងភាគល្អិត ការវាយតម្លៃដ៏ត្រឹមត្រូវលើភាពស្វ៊ែរបស់ភាគល្អិតគឺមានសារៈសំខាន់ណាស់សម្រាប់យល់ដឹងលក្ខណៈរបស់រូបធាតុ។ ការសិក្សាមួយបានបង្ហាញវិធីធរណីមាត្រដោយប្រើ Extreme Vertices Model(EVM)ដើម្បីគណនាភាពស្វ៊ែនិងភាពមូលរបស់ភាគល្អិត ដែលបានជួយបង្កើននូវភាពត្រឹមត្រូវសម្រាប់ការកំណត់លក្ខណៈនៃរូបរាងនៅក្នុងវិទ្យាសាស្ត្ររូបធាតុ(Cruz-Matías et al., 2019)។ នៅក្នុងរូបវិទ្យាភាគល្អិត ភាពស្វ៊ែត្រូវបានប្រើប្រាស់ដើម្បីវិភាគ*រូបរាងព្រឹត្តិការណ៍*(event shape)[1] នៅក្នុងការប៉ះទង្គិច។ ការសិក្សាបានបង្ហាញថា *ភាពស្វ៊ែទទឹង* (transverse sphericity)[2] ជួយគ្រប់គ្រងចំនួនខ្សែវត្ថុធាតុដែលកើតឡើងក្នុងការទង្គិចប្រូតុង-ប៉ូស៊ីត្រុង(electron-positron) ដែលវាបានធ្វើឱ្យមានភាពងាយស្រួលនៅក្នុងការយល់ដឹងអំពីអ្វីដែលកើតឡើងនៅក្នុងការទង្គិច(Sas & Schoppink, 2021)។ ទាក់ទងនឹងភាពទប់នៃលំហូរនៅក្នុងឌីណាមិកសន្ទនីយ ភាពស្វ៊ែនៃភាគល្អិតមានឥទ្ធិពលលើមេគុណការអូស មេគុណការលើក និង មេគុណកម្លាំងបង្វិលជុំរបស់ពួកគេនៅក្នុងលំហូរសន្ទនីយវត្ថុ។ ការសិក្សាមួយបានលើកឡើងអំពីកូរ៉េឡាស្យុងរវាងមេគុណទាំងនេះដោយផ្អែកលើភាពស្វ៊ែ ហើយវាបានផ្ដល់នូវការយល់ដឹងអំពីការប្រព្រឹត្តទៅនៃភាគល្អិតដែលមិនមែនជាស្វ៊ែនៅក្នុងការអនុវត្តឌីណាមិកសន្ទនីយ(Laín et al., 2023)។

---

[1] រូបរាងព្រឹត្តិការណ៍(event shape)គឺជាលំនាំគំរូជារួមនៃរបៀបដែលភាគល្អិតខ្ចាតចេញនៅពេលដែលមានការប៉ះទង្គិចខ្លាំងកើតឡើងនៅក្នុងពិសោធន៍រូបវិទ្យា។

[2] ភាពស្វ៊ែទទឹង (transverse sphericity)គឺជារង្វាស់មួយដែលប្រើនៅក្នុងរូបវិទ្យាភាគល្អិតដើម្បីពិពណ៌នាអំពីភាពរាយប៉ាយនៃភាគល្អិតនៅក្នុងប្លង់ដែលកែងនឹងទិសដៅអ័ក្សទង្គិចនៅក្នុងការទង្គិចខ្លាំងមួយដែលកើតឡើង។

២ ភាពស្វ៊ែនៅក្នុងការវិភាគស្ថិតិ

ភាពស្វ៊ែដែលមានកំណើតចេញពីគំនិតធរណីមាត្រសម្រាប់ពិពណ៌នាកម្រិតដូចគ្នាប៉ុនណាទៅនឹងស្វ៊ែមួយ នៅរក្សាតួនាទីយ៉ាងសំខាន់មួយទៀតនៅក្នុងការវិភាគទិន្នន័យស្ថិតិជាពិសេសនៅក្នុងបរិបទ *ការរចនាវង្វាស់ម្ដងហើយម្ដងទៀត*។ ផ្នែកនេះនឹងលើកឡើងអំពីការផ្លាស់ប្តូរពីភាពស្វ៊ែធរណីមាត្រទៅភាពស្វ៊ែស្ថិតិ និង កត់សម្គាល់នូវសារៈសំខាន់របស់វានៅក្នុងវិធីស្ថិតិ។

២.១ ការផ្លាស់ប្តូរនៃគំនិតពីភាពស្វ៊ែធរណីមាត្រទៅភាពស្វ៊ែស្ថិតិ

ភាពស្វ៊ែនៅក្នុងស្ថិតិគឺជាការយកលំនាំតាមគំនិតអំពីភាពស្វ៊ែនៅក្នុងធរណីមាត្រ ដែលមានន័យថារូបរាងដូចគ្នាពីគ្រប់ជ្រុង។ ទោះជាយ៉ាងណាក៏ដោយ នៅក្នុងស្ថិតិ ភាពស្វ៊ែសំដៅទៅលើន័យនៃភាពស្មើគ្នានៃវ៉ារ្យ៉ង់របស់ផលដកវាងវង្វាស់ម្ដងហើយម្ដងទៀតចំពោះកម្មវត្ថុដដែល។ វាឆ្លុះបញ្ចាំងអំពីគំនិតនៃទំនាក់ទំនងឯកសណ្ឋានរវាងវង្វាស់ម្ដងហើយម្ដងទៀត(Keselman et al., 2001)។ គំនិតនេះមានសារៈសំខាន់នៅក្នុងការវិភាគទិន្នន័យដែលវាស់ឬប្រមូលម្ដងហើយម្ដងទៀតដោយសារយើងច្រើនតែសន្មតថាលក្ខខណ្ឌ ឬ ចំណុចពេលដែលយើងប្រមូលទិន្នន័យទោះតិចឬច្រើនគឺវាមិនសូវមានទំនាក់ទំនងរវាងគ្នាជាប្រព័ន្ធ។ និយាយម្យ៉ាងទៀតគឺថា គ្មានគូណានៃលក្ខខណ្ឌឬចំណុចពេល មានទំនាក់ទំនងស្ថិតិពិសេស(មានបម្រែបម្រួលខុសពីគេ) បើប្រៀបធៀបនឹងគូដទៃទៀត (Girden, 1992)។ ភាពស្មើគ្នានៃវ៉ារ្យ៉ង់ អនុញ្ញាតិឱ្យការធ្វើតេស្តអាចវាយតម្លៃបានត្រឹមត្រូវថាតើភាពខុសគ្នារវាងមធ្យមកើតមានទៅតាមការបែងចែកក្រុមឬដោយសារកត្តាបម្រែបម្រួលចៃដន្យ។ ភាពស្វ៊ែប្រៀបបាននឹងការផ្លាស់ប្តូរការគិតអំពីរូបរាងទៅជារកការគិតអំពីលំនាំគំរូនៃទិន្នន័យ។ វាជួយនៅក្នុងការធ្វើឱ្យប្រាកដថាគ្រប់វង្វាស់ម្ដងហើយម្ដងទៀតត្រូវបានធ្វើដូចៗគ្នាដោយគ្មានការលាក់កំបាំងនូវភាពខុសគ្នានៅក្នុងបម្រែបម្រួល។

២.២ សារៈសំខាន់នៅក្នុងម៉ូដែលស្ថិតិ

នៅក្នុងANOVAវង្វាស់ម្ដងហើយម្ដងទៀត(repeated-measures ANOVA, RM-ANOVA) ភាពស្វ៊ែគឺជាលក្ខខណ្ឌគន្លឹះមួយដែលមានឥទ្ធិពលលើភាពត្រឹមត្រូវនៃតេស្តF។ បើសិនជាលក្ខខណ្ឌភាពស្វ៊ែត្រូវបានបំពាន មានន័យថាវ៉ារ្យ៉ង់នៃផលដកទាំងឡាយមិនស្មើគ្នា នោះឱកាសនៃកំហុសប្រភេទI អាចនឹងមានការកើនឡើង(Maxwell & Delaney, 2004)។ ដើម្បីពិនិត្យមើលភាពស្វ៊ែ អ្នកវិភាគទិន្នន័យប្រើប្រាស់*តេស្តម៉កលីនៃភាពស្វ៊ែ* (Mauchly's Test of Sphericity)។ បើតេស្តបង្ហាញថាវាមានការបំពានលក្ខខណ្ឌ នោះគេអាចប្រើប្រាស់ការកែតម្រូវស្ថិតិដូចជាការកែតម្រូវ*គ្រីនហោស៍-គេស្សឺរ៍* (Greenhourse-Geisser correction)ឬ *ការកែតម្រូវហ៊ីន-ហ្វិល*(Huynh-Feldt correction)។ ការកែតម្រូវទាំងនេះ ធ្វើឡើងចំពោះដឺក្រេសេរីដើម្បីឱ្យតម្លៃpកាន់តែត្រឹមត្រូវ(Field, 2013)។ ផ្ទុយទៅវិញ វិធីច្រើនអថេរដូចជាMANOVAជាដើមមិនទាមទារលក្ខខណ្ឌភាពស្វ៊ែ ដោយសារអថេរទាំងអស់ត្រូវចូលរួមព្រមគ្នានៅក្នុងដំណើរការវិភាគ(Vasey & Thayer, 1987)។ ទោះជាយ៉ាងណាក៏ដោយ ម៉ូដែលទាំងនេះត្រូវការគំរូតាងធំនិងលក្ខខណ្ឌតឹងរឹងអំពីភាពណរម៉ាល់ច្រើនអថេរ(multivariate normality)។ ដូច្នេះភាពស្វ៊ែមានសារៈសំខាន់ពីព្រោះវាមានឥទ្ធិពលលើការជឿទុកចិត្តបាននៃលទ្ធផលស្ថិតិ។ ការណ៍ដែលមិនបានដោះស្រាយបញ្ហាបំពានលក្ខខណ្ឌភាពស្វ៊ែអាចនាំទៅដល់ការធ្វើសេចក្ដីសន្និដ្ឋានដែលមិនត្រឹមត្រូវ រីឯការប្រើប្រាស់ការកែតម្រូវសមស្រប

ជួយបង្កើនភាពត្រឹមត្រូវនៃការវិភាគទិន្នន័យ និង ផ្តល់ការគាំទ្រដល់ការធ្វើសេចក្តីសន្និដ្ឋានដែលយកជាការបាន (Friston et al., 1999)។

៣. វិធីវាយតម្លៃភាពស្វ៊ែនៅក្នុងទិន្នន័យ

នៅក្នុងANOVAវង្វាស់ម្តងហើយម្តងទៀត កម្មវត្ថុនីមួយៗត្រូវបានវាស់នៅក្នុងលក្ខខណ្ឌ ឬ ចំណុចពេលផ្សេងៗគ្នា។ លក្ខខណ្ឌសន្មតដ៏សំខាន់មួយនៅក្នុងការវិភាគទិន្នន័យបែបនេះដោយប្រើANOVAវង្វាស់ម្តងហើយម្តងទៀតគឺភាពស្វ៊ែ ដែលសំដៅដល់ភាពស្មើគ្នានៃវ៉ារ្យ៉ង់ផលដកនៅក្នុងគ្រប់គូនៃលក្ខខណ្ឌ ឬ ចំណុចពេល។ ការបំពានលក្ខខណ្ឌភាពស្វ៊ែ អាចធ្វើឱ្យខូចខាតភាពជឿទុកចិត្តបាននៃតេស្តF ដោយសារវានាំទៅដល់ការប៉ាន់ស្មានស្មើរចំពោះបម្រែបម្រួលពិតដែលនាំឱ្យកើនឡើងនូវឱកាសនៃកំហុសប្រភេទI។

៣.១ វិធីតេស្តភាពស្វ៊ែ

ដើម្បីវិនិច្ឆ័យអំពីភាពស្វ៊ែនៃទិន្នន័យ តេស្តម៉កលី(Mauchly's test)ត្រូវបានប្រើប្រាស់ជាទូទៅ។ តេស្តនេះវិភាគមើលថាតើម៉ាទ្រីសកូវ៉ារ្យ៉ង់នៃវង្វាស់ម្តងហើយម្តងទៀតសមាមាត្រទៅនឹងម៉ាទ្រីសឯកតា($H_0 : \sum_D = \sigma^2 I$, $H_1 : \sum_D \neq \sigma^2 I$)ដែរឬទេដែលនេះជាលក្ខខណ្ឌជាស្នូលនៃភាពស្វ៊ែ។ ជាគំនិតសម្រាយសម្មតិកម្មសូន្យសម្រាប់តេស្តថ្លៃងថា វ៉ារ្យ៉ង់នៃផលដករវាងពីរៗក្រុមទាំងអស់គឺស្មើៗគ្នា មានន័យថា $Var\left(X_i - X_j\right)$ គឺស្មើៗគ្នាចំពោះគ្រប់ $i \neq j$ (ទិន្នន័យអនុលោមតាមលក្ខខណ្ឌភាពស្វ៊ែ)។ សម្មតិកម្មឆ្លាស់សម្រាប់តេស្តថ្លៃងថា វ៉ារ្យ៉ង់នៃផលដករវាងពីរៗក្រុមមួយចំនួនគឺមិនស្មើគ្នា មានន័យថា $Var\left(X_i - X_j\right)$ មិនស្មើគ្នាចំពោះ $i \neq j$ មួយចំនួន (ទិន្នន័យមិនអនុលោមតាមលក្ខខណ្ឌភាពស្វ៊ែ)។

បើតម្លៃpនៃតេស្តតូចជាកម្រិតសារៈសំខាន់ដែលជាទូទៅគេកំណត់យក0.05 នោះសម្មតិកម្មសូន(H_0)ត្រូវបានបដិសេធនិងសម្មតិកម្មឆ្លាស់(H_1)ត្រូវបានទទួលយក។ លទ្ធផលដែលមានលក្ខណៈបែបនេះហៅថា*លទ្ធផលមានសារៈសំខាន់*(significant result)។ លទ្ធផលតេស្តបែបនេះអាចនាំទៅដល់តម្រូវការនៃការប្រើប្រាស់ការកែតម្រូវស្ថិតិដែលជាវិធីបំពេញបន្ថែមលើតេស្តម៉កលីដែលជាវិធីផ្ទាល់។ ការកែតម្រូវទាំងនោះមានដូចជា៖

- ការកែតម្រូវគ្រីនហៅស៍-គេស្ស៊ើរ(Greenhouse-Geisser correction), ε_{GG}
- ការកែតម្រូវវីន-ហ្វិល(Huynh-Feldt correction), ε_{HF}
- ការកែតម្រូវគោលក្រោម(Lower-bound correction), ε_{LB}

តម្លៃអិបស៊ីឡុន(ε)នីមួយៗទាំងនេះកែប្រែដឺក្រេសេរីនៅក្នុងតេស្តFដើម្បីគ្រប់គ្រងកំហុសប្រភេទIដែលអាចហើមឡើង។ តម្លៃទាំងនេះស្ថិតនៅក្នុងចន្លោះ $1/(k-1) < \varepsilon < 1$ ដែល k គឺជាចំនួនចំណុចពេល ឬ ចំនួនស្ថានភាពឬលក្ខខណ្ឌ។ តម្លៃ $\varepsilon = 1$ បញ្ជាក់អំពីភាពស្វ៊ែឥតខ្ចោះ រីឯតម្លៃផ្សេងៗទៀត បើកាន់តែតូច កាន់តែបង្ហាញអំពីការឃ្លាតឆ្ងាយពីភាពស្វ៊ែ។

៣.២ ដំណោះស្រាយចំពោះការបំពានលក្ខខណ្ឌ

នៅពេលដែលទិន្នន័យមិនគោរពតាមលក្ខខណ្ឌ ការកែតម្រូវត្រូវតែធ្វើឡើងដើម្បីទាញការសន្និដ្ឋានស្ថិតិដែលមានសុពលភាព។ វិធីទូទៅបំផុតគឺត្រូវកែតម្រូវដឺក្រេសេរីដោយប្រើអិបស៊ីឡុន ε , $df_{adjusted} = \varepsilon \cdot df_{original}$ ។

ការកែតម្រូវ*គ្រីនហៅស៍-គេស្សឺ*មានលក្ខណៈជារបស់ដើមនិងត្រូវបានប្រើប្រាស់នៅពេលដែលអិបស៊ីឡោនតូច រីឯ*ការកែតម្រូវហ៊ីន-ហ្វិល* គេចូលចិត្តប្រើនៅពេលដែលអិបស៊ីឡោនខិតជិត1និងនៅពេលដែលលទ្ធផលតេស្តម៉កលីបានត្រឹមតែបង្ហាញសារៈសំខាន់ស្ថិតិតិចតួច។ Field(2013) Girden (1992)និង (*Correction for Violation of Sphericity in Repeated Measures Designs | Laerd Statistics*, n.d.)បានស្នើឡើងថា ការកែតម្រូវ*គ្រីនហៅស៍-គេស្សឺ*គួរត្រូវបានប្រើប្រាស់នៅពេលដែលអិបស៊ីឡោនតូចជាង0.75 និងថាបើអិបស៊ីឡោនធំជាង0.75 *ការកែតម្រូវហ៊ីន-ហ្វិល*គួរត្រូវបានប្រើប្រាស់។

នៅក្នុងការវិភាគទិន្នន័យ ក្រៅពីតួនាទីដ៏សំខាន់របស់វានៅក្នុងANOVAវង្វាស់ម្តងហើយម្តងទៀត ការធ្វើតេស្តភាពស្វ៊ែក៏មាននៅក្នុងវិធីច្រើនអថេរ(multivariate method)មួយចំនួនទៀតផងដែរ ដូចជា*ការវិភាគកត្តា* (factor analysis) និង*ការវិភាគសមាសភាគចម្បង*(principal component analysis (PCA))។ នៅក្នុងបរិបទទាំងនេះ ភាពស្វ៊ែសំដៅដល់លក្ខខណ្ឌថាអថេរទាំងឡាយមានទំនាក់ទំនងគ្នាគ្រប់គ្រាន់ដើម្បីឱ្យវិធីកាត់បន្ថយវិមាត្រអាចអនុវត្តទៅបាន។ ជាឧទាហរណ៍ នៅក្នុង*ការវិភាគកត្តាបែបរុករក* (exploratory factor analysis (EFA))និង*ការវិភាគសមាសភាគចម្បង តេស្តបាតឡេតនៃភាពស្វ៊ែ*(Bartlett's test for sphericity) ត្រូវបានប្រើប្រាស់ដើម្បីពិនិត្យមើលថាតើម៉ាទ្រីសកូរ៉េឡាស្យុងពិតជាខុសពីម៉ាទ្រីសឯកតាដែរឬទេ(Bartlett, 1950; Field, 2013)។ សម្រាប់តេស្តបាតឡេតនៃភាពស្វ៊ែ សម្មតិកម្មសូន្យថ្លែងថា ម៉ាទ្រីសកូរ៉េឡាស្យុងគឺជាម៉ាទ្រីសឯកតា ដែលបញ្ជាក់ថាមិនមានកូរ៉េឡាស្យុងនៅក្នុងចំណោមអថេរ។ រីឯសម្មតិកម្មឆ្លាស់ថ្លែងថា ម៉ាទ្រីសកូរ៉េឡាស្យុងមិនមែនជាម៉ាទ្រីសឯកតា ដែលបញ្ជាក់ថាវាមានកូរ៉េឡាស្យុងនៅក្នុងចំណោមអថេរ។ ទន្ទឹមគ្នាជាមួយនិងតេស្តបាតឡេត *រង្វាស់កៃស៊ឺ-មេយ៉ឺ-អូលគីននៃភាពគ្រប់គ្រាន់គំរូតាង* (Kaiser-Meyer-Olkin (KMO)Measure of Sampling Adequacy)ក៏ត្រូវបានប្រើដើម្បីវាយតម្លៃភាពសមស្របនៃទិន្នន័យសម្រាប់ការវិភាគកត្តា។ ស្ថិតិKMOវាស់វែងទំហំរ៉ាវ៉ៀង់នៅក្នុងទិន្នន័យដែលត្រូវបានប្រើប្រាស់រួមគ្នានៅក្នុងចំណោមអថេរ ដែលនៅក្នុងនោះបើតម្លៃរបស់វាខិតជិត1មានន័យថាការអនុវត្តវិធីវិភាគកត្តាមានភាពសមស្រប(Kaiser, 1974)។ តេស្តបាតឡេតនិងរង្វាស់KMOរួមជាមួយគ្នាផ្តល់នូវការវិនិច្ឆ័យបឋមដើម្បីធានាថាទិន្នន័យគោរពតាមលក្ខខណ្ឌដែលតម្រូវដោយEFA និងPCA។

៤ ការអនុវត្តនៅក្នុងវិស័យផ្សេងៗ

លក្ខខណ្ឌភាពស្វ៊ែមិនត្រឹមតែជាតម្រូវការបច្ចេកទេសនៅក្នុងការវិភាគទិន្នន័យស្ថិតិប៉ុណ្ណោះទេ វាមានការអនុវត្តជាក់ស្តែងរបស់វានៅក្នុងវិស័យនានាផ្សេងទៀត។ នៅពេលដែលអ្នកស្រាវជ្រាវប្រមូលទិន្នន័យដោយប្រើរង្វាស់ម្តងហើយម្តងទៀតពីវត្ថុឬអ្នកចូលរួមសិក្សាដដែលឬវាយតម្លៃអថេរអាស្រ័យចំនួនច្រើន លក្ខខណ្ឌភាពស្វ៊ែក្លាយជាមានសារៈសំខាន់សម្រាប់ធានាភាពត្រឹមត្រូវនិងសុពលភាពសម្រាប់ការសន្និដ្ឋានស្ថិតិ។ ផ្នែកនេះនឹងរុករកមើលតើភាពស្វ៊ែត្រូវអនុវត្ត និង ដោះស្រាយបញ្ហានៅក្នុងបរិបទស្រាវជ្រាវជាក់ស្តែងយ៉ាងដូចម្តេច ដោយផ្តោតទៅលើចិត្តវិទ្យា ការសិក្សាវេជ្ជសាស្ត្រ និង ការស្រាវជ្រាវអនុវត្តនៅក្នុងវិស័យផ្សេងៗ។

៤.១ ករណីសិក្សានៅក្នុងការស្រាវជ្រាវ

៤.១.១ ចិត្តវិទ្យា

នៅក្នុងការស្រាវជ្រាវចិត្តវិទ្យា ការរចនាវង្វាស់ម្តងហើយម្តងទៀត ជាញឹកញាប់ប្រើប្រាស់ការសង្កេតមើលថាតើបុគ្គលនីមួយៗប្រែប្រួលពីពេលមួយ ឬ លក្ខខណ្ឌមួយទៅពេល ឬ លក្ខខណ្ឌផ្សេងៗទៀតដែរឬទេ។ ឧទាហរណ៍ ការសិក្សាមួយអាចត្រូវការវាស់កម្រិតភាពតានតឹងផ្លូវចិត្តរបស់អ្នកចូលរួមសិក្សានៅមុនពេល ក្នុងកំឡុងពេល និង ក្រោយពេលបំពេញការងារដ៏តានតឹងមួយ។ ដូច្នេះនៅក្នុងការសិក្សានេះ យើងមានចំណុចពេលចំនួនបីផ្សេងគ្នា។ លក្ខខណ្ឌភាពស្វ៊ែត្រូវជានាថា វ៉ារ្យ៉ង់នៃផលដកវាងកម្រិតភាពតានតឹងមុនពេលនិងអំឡុងពេល មុនពេលនិងក្រោយពេល និង អំឡុងពេលនិងក្រោយពេលបំពេញការងារដ៏តានតឹងគឺស្មើៗគ្នា។ នៅពេលដែលលក្ខខណ្ឌនេះត្រូវបានគោរព តេស្តស្ថិតិដូចជាANOVAវង្វាស់ម្តងហើយម្តងទៀតជាដើម ផ្តល់លទ្ធផលកាន់តែគួរឱ្យទុកចិត្ត(Field, 2013)។ នៅក្នុងករណីដែលលក្ខខណ្ឌភាពស្វ៊ែត្រូវបានបំពាន ការកែតម្រូវដូចជាគ្រីនហៅស៍-គេស្ស៊ើរ៍ត្រូវបានអនុវត្តជាទូទៅដើម្បីរារាំងសេចក្តីសន្និដ្ឋានដែលខុសឆ្គង (Girden, 1992)។

៤.១.២ ការស្រាវជ្រាវវេជ្ជសាស្ត្រ

នៅក្នុងការសិក្សាវេជ្ជសាស្ត្រ ជាញឹកញាប់អ្នកស្រាវជ្រាវត្រូវការវាយតម្លៃប្រសិទ្ធភាពការព្យាបាលទៅតាមលក្ខខណ្ឌនីមួយៗឬចំណុចពេលនីមួយៗ ជាឧទាហរណ៍ ការត្រួតពិនិត្យមើលការឆ្លើយតបរបស់អ្នកជំងឺនៅមុនពេល ក្នុងកំឡុងពេល និង ក្រោយពេលប្រើឱសថណាមួយ។ នៅក្នុងបរិបទនេះ ទិន្នន័យវង្វាស់ម្តងហើយម្តងទៀតទាមទារនូវលក្ខខណ្ឌភាពស្វ៊ែ។ ការមិនអនុលោមតាមលក្ខខណ្ឌភាពស្វ៊ែអាចនាំទៅដល់ការសន្និដ្ឋានដែលមិនត្រឹមត្រូវអំពីប្រសិទ្ធភាពនៃការព្យាបាល។ ការដោះស្រាយបញ្ហាភាពស្វ៊ែតាមរយៈការកែតម្រូវ បានលើកកម្ពស់ភាពដែលអាចទុកចិត្តបាននៃការសន្និដ្ឋានគ្លីនិក និង ចូលរួមចំណែកចំពោះការថែទាំសុខភាពផ្អែកលើភស្តុតាង(Vasey & Thayer, 1987)។

៥. បញ្ហាប្រឈម និង ដែនកំណត់

បញ្ហាប្រឈមដ៏ចម្បងមួយនៅក្នុងការវិភាគទិន្នន័យវង្វាស់ម្តងហើយម្តងទៀត គឺថាទិន្នន័យក្នុងពិភពពិតច្រើនតែមិនផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌភាពស្វ៊ែ។ ភាពស្វ៊ែសន្មតថាផលដកនៅក្នុងគូនីមួយៗនៃវង្វាស់ម្តងហើយម្តងទៀតមានវ៉ារ្យ៉ង់ស្មើគ្នា។ ទោះជាយ៉ាងណាក៏ដោយ លក្ខខណ្ឌនេះពិបាកនឹងសម្រេចបាននៅពេលដែលចំនួនដងឬចំនួនលក្ខខណ្ឌនៃវង្វាស់កាន់តែច្រើនទៅៗ។ ឧទាហរណ៍ នៅក្នុង*ការសិក្សាបណ្តោយ*(longitudinal study) ទិន្នន័យដែលប្រមូលនៅត្រង់ចំណុចពេលខាងដើមៗអាចមានការជាប់ទាក់ទងគ្នាខ្លាំងជាងនៅត្រង់ចំណុចពេលដែលស្ថិតនៅកាន់តែឆ្ងាយ(Maxwell & Delaney, 2004)។ អតុល្យភាពនេះអាចធ្វើឱ្យការប្រព្រឹត្តតាមលក្ខខណ្ឌភាពស្វ៊ែកាន់តែជួបការលំបាក។

មានវិធីស្ថិតិជាច្រើនដើម្បីតេស្តនិងកែតម្រូវចំពោះការបំពានលើភាពស្វ៊ែដូចជាតេស្តម៉កលី ការកែតម្រូវគ្រីនហៅស៍-គេស្ស៊ើរ៍និងការកែតម្រូវហ៊ីន-ហ្វិល។ ទោះយ៉ាងណាក៏ដោយវិធីទាំងនេះមានដែនកំណត់។ ជាឧទាហរណ៍ តេស្តម៉កលីងាយរងឥទ្ធិពលពីទំហំគំរូតាងពោលគឺវាអាចនឹងរកមិនឃើញការបំពានលក្ខខណ្ឌទេនៅក្នុងករណីគំរូតាង

មានទំហំតូចៗ(Field, 2013)។ម្យ៉ាងវិញទៀត វិធីសាស្ត្រការកែតម្រូវគ្រីនហៅស៍-គេស្សឺរ៍អាចមានលក្ខណៈអភិរក្សជ្រុលពេក [3] ដែលធ្វើឱ្យកាត់បន្ថយអានុភាពស្ថិតិនិងបង្កើនឱកាសនៃការមើលមិនឃើញឥទ្ធិពលពិតប្រាកដ។ វិធីច្រើនអថេរ ដូចជាMANOVAជាដើម មិនទាមទារភាពស្វ៊ែប៉ុន្តែក៏មានបញ្ហាប្រឈមរបស់វាដែរ។ វាទាមទារគំរូតាងទំហំធំនិងភាពណរម៉ាល់ច្រើនអថេរ ដែលជាលក្ខខណ្ឌពិបាកអនុលោមតាមផងដែរ(Vasey & Thayer, 1987)។

បើសិនជាលក្ខខណ្ឌភាពស្វ៊ែត្រូវបានធ្វើមិនដឹងមិនឮនៅពេលដែលវាមិនត្រូវបានគោរព នោះលទ្ធផលវិភាគអាចនឹងនាំឱ្យមានការយល់ច្រឡំ។ ស្ថិតិ F នៅក្នុងANOVAវង្វាស់ម្តងហើយម្តងទៀត ទៅជាប៉ោងឡើង ដែលនាំឱ្យកើនឡើងឱកាសរកឃើញលទ្ធផលដែលមានសារៈសំខាន់ប៉ុន្តែតាមពិតវាមិនមាន ពោលគឺកើនឡើងនូវឱកាសនៃកំហុសប្រភេទI។ ការណ៍នេះ អាចនាំដល់សេចក្តីសន្និដ្ឋានខុសនិងដល់ការសម្រេចចិត្តមិនបានល្អនៅក្នុងកិច្ចការស្រាវជ្រាវឬការអនុវត្ត។ នៅក្នុងការអនុវត្តចិត្តវិទ្យា អប់រំ ឬ សុខាភិបាល កំហុសទាំងនោះអាចនាំទៅដល់ចំណាត់ការដែលគ្មានប្រសិទ្ធភាព ឬ ប្រកបដោយគ្រោះថ្នាក់ព្រោះតែការផ្អែកលើលទ្ធផលដែលពុំត្រឹមត្រូវ។

សេចក្តីសន្និដ្ឋាន

ភាពស្វ៊ែគឺជាគំនិតដ៏សំខាន់ដែលតភ្ជាប់រវាងធរណីមាត្រនិងការវិភាគទិន្នន័យ។ នៅក្នុងធរណីមាត្រ ភាពស្វ៊ែសំដៅទៅលើភាពមូលនិងស៊ីមេទ្រីឥតខ្ចោះនៃស្វ៊ែ ដែលគ្រប់ចំណុចនៅលើផ្ទៃមានចំងាយស្មើៗគ្នាទៅនឹងចំនុចមួយដែលហៅថាផ្ចិតស្វ៊ែ។ នៅក្នុងស្ថិតិវិទ្យា ភាពស្វ៊ែសំដៅទៅលើភាពស្មើគ្នានៃវ៉ារ្យ៉ង់របស់ផលដករវាងវង្វាស់ម្តងហើយម្តងទៀតសម្រាប់កម្មវត្ថុដដែល។ ថ្វីបើវិស័យទាំងពីរនេះខុសគ្នា ប៉ុន្តែគំនិតចម្បងនៃភាពស្វ៊ែគឺដូចគ្នា។

ការយល់ដឹងអំពីភាពស្វ៊ែក៏បានបង្ហាញផងដែរនូវរបៀបដែលគំនិតចេញពីវិស័យមួយអាចត្រូវបានប្រើប្រាស់នៅក្នុងវិស័យមួយទៀត។ ចេញពីគំនិតដើមនៅក្នុងធរណីមាត្រ ភាពស្វ៊ែត្រូវបានសម្របខ្លួនទៅក្នុងស្ថិតិដើម្បីធ្វើឱ្យប្រសើរឡើងនូវរបៀបដែលយើងវិភាគទិន្នន័យវង្វាស់ម្តងហើយម្តងទៀត។ ការណ៍នេះបង្ហាញអំពីភាពខ្លាំងនៃការគិតនៅក្នុងអន្តរវិស័យ ដែលចំណេះដឹងមកពីផ្នែកផ្សេងៗអាចត្រូវបានរួមផ្សំគ្នាដើម្បីយល់ដឹងអំពីបញ្ហាស្មុគស្មាញនានា។ នៅក្នុងANOVA និង MANOVA វង្វាស់ម្តងហើយម្តងទៀត ការគោរពតាមលក្ខខណ្ឌគឺមានសារៈសំខាន់ណាស់ពីព្រោះវាអាចជួយឱ្យជាចៀសផុតពីការសន្និដ្ឋានខុស។ បើសិនជាលក្ខខណ្ឌភាពស្វ៊ែមិនត្រូវបានពិនិត្យមើលទេ នោះលទ្ធផលស្ថិតិទៅជាមិនគួរឱ្យជឿជាក់បាន។

សព្វថ្ងៃនេះ ភាពស្វ៊ែនៅតែបន្តភាពដ៏មានសារៈសំខាន់របស់វា ជាពិសេសនៅពេលដែលអ្នកស្រាវជ្រាវវិភាគទិន្នន័យដែលសាំញ៉ាំនិងវង្វាស់កាន់តែច្រើនដង។ វិធីថ្មីៗនិងការកែតម្រូវត្រូវបានអភិវឌ្ឍឡើងដើម្បីដោះស្រាយការបំពានលក្ខខណ្ឌភាពស្វ៊ែ ប៉ុន្តែបញ្ហាប្រឈមនៅតែមាន។ ការណ៍នេះ បង្ហាញថាគំនិតភាពស្វ៊ែមិនត្រឹមតែជាគំនិតទ្រឹស្តីប៉ុណ្ណោះទេ ប៉ុន្តែជាឧបករណ៍អនុវត្តដ៏មានឥទ្ធិពលលើលទ្ធផលស្រាវជ្រាវពិតប្រាកដ។ ការពិនិត្យមើលលក្ខខណ្ឌភាពស្វ៊ែដោយការយកចិត្តទុកដាក់នៅតែមានសារៈសំខាន់សម្រាប់ធ្វើឱ្យលទ្ធផលស្រាវជ្រាវមានភាពខ្លាំងជឿជាក់បាន និង ប្រកបដោយអត្ថន័យខណៈដែលស្ថិតិវិទ្យានៅតែបន្តវិវឌ្ឍឥតឈប់ឈរ៕

[3] មានន័យថាវិធីនេះព្យាយាមកាត់បន្ថយកំហុសប្រភេទIជ្រុលពេលដែលអាចធ្វើឱ្យខកខានការឃើញនូវឥទ្ធិពលពិត។

ឯកសារយោង

Alshibli, K. A., & Cil, M. B. (2018). Influence of Particle Morphology on the Friction and Dilatancy of Sand. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, *144*(3), 04017118. https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0001841

Bartlett, M. S. (1950). Tests of Significance in Factor Analysis. *British Journal of Statistical Psychology*, *3*(2), 77–85. https://doi.org/10.1111/j.2044-8317.1950.tb00285.x

Blott, S. J., & Pye, K. (2008a). Particle shape: A review and new methods of characterization and classification. *Sedimentology*, *55*(1), 31–63. https://doi.org/10.1111/j.1365-3091.2007.00892.x

Blott, S. J., & Pye, K. (2008b). Particle shape: A review and new methods of characterization and classification. *Sedimentology*, *55*(1), 31–63. https://doi.org/10.1111/j.1365-3091.2007.00892.x

Correction for Violation of Sphericity in Repeated Measures Designs | Laerd Statistics. (n.d.). Retrieved April 21, 2025, from https://statistics.laerd.com/statistical-guides/sphericity-statistical-guide-2.php

Cruz-Matías, I., Ayala, D., Hiller, D., Gutsch, S., Zacharias, M., Estradé, S., & Peiró, F. (2019). Sphericity and roundness computation for particles using the extreme vertices model. *Journal of Computational Science*, *30*, 28–40. https://doi.org/10.1016/j.jocs.2018.11.005

Field, A. (2013). *Discovering statistics using IBM SPSS statistics*. Sage publications limited. https://books.google.com/books?hl=en&lr=&id=83L2EAAAQBAJ&oi=fnd&pg=PT8&dq=Field,+A.+P.+(2013).+Discovering+Statistics+Using+IBM+SPSS+Statistics.+SAGE+Publications.&ots=UbMTDoBHHN&sig=gBR0tLT0VyymC1wPiir36gXcKwI

Friston, K. J., Holmes, A. P., Price, C. J., Büchel, C., & Worsley, K. J. (1999). Multisubject fMRI studies and conjunction analyses. *NeuroImage*, *10*(4), 385–396. https://doi.org/10.1006/nimg.1999.0484

Girden, E. (1992). *ANOVA*. SAGE Publications, Inc. https://doi.org/10.4135/9781412983419

Kaiser, H. F. (1974). An index of factorial simplicity. *Psychometrika*, *39*(1), 31–36. https://doi.org/10.1007/BF02291575

Keselman, H. J., Algina, J., & Kowalchuk, R. K. (2001). The analysis of repeated measures designs: A review. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, *54*(1), 1–20. https://doi.org/10.1348/000711001159357

Komar, P. D., & Reimers, C. E. (1978). Grain Shape Effects on Settling Rates. *The Journal of Geology*, *86*(2), 193–209. https://doi.org/10.1086/649674

Kreyszig, E. (2011). *Advanced Engineering Mathematics* (10th ed.). Wiley. https://www.wiley.com/en-us/Advanced+Engineering+Mathematics%2C+10th+Edition-p-9781119455929

Krulwich, T. A., Ensign, J. C., Tipper, D. J., & Strominger, J. L. (1967). Sphere-Rod Morphogenesis in Arthrobacter crystallopoietes I. Cell Wall Composition and Polysaccharides of the Peptidoglycan1. *Journal of Bacteriology*, *94*(3), 734–740.

Laín, S., Castang, C., García, D., & Sommerfeld, M. (2023). Sphericity based correlations for flow resistance coefficients of non-spherical particles of irregular shape beyond the Stokes regime. *Chemical Engineering Science*, *282*, 119288. https://doi.org/10.1016/j.ces.2023.119288

Mauchly, J. W. (1940). Significance test for sphericity of a normal n-variate distribution. *The Annals of Mathematical Statistics*, *11*(2), 204–209.

Maxwell, S. E., & Delaney, H. D. (2004). *Designing experiments and analyzing data: A model comparison perspective* (2nd ed). Lawrence Erlbaum Associates.

Santamarina, J. C., & Cho, G. C. (2004). *Soil behaviour: The role of particle shape*.

Sas, M., & Schoppink, J. (2021). Event shapes and jets in e+e− and pp collisions. *Nuclear Physics A*, *1011*, 122195. https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2021.122195

Slootman, A., de Kruijf, M., Glatz, G., Eggenhuisen, J. T., Zühlke, R., & Reijmer, J. J. G. (2023). Shape-dependent settling velocity of skeletal carbonate grains: Implications for calciturbidites. *Sedimentology*, *70*(6), 1683–1722. https://doi.org/10.1111/sed.13103

Son, K. H., Kim, D.-H., Park, S., Kim, H. J., Park, M., Kim, S.-J., Lee, S. J., Ahn, K., & Lee, J. W. (2024). Spherical Shell Bioprinting to Produce Uniform Spheroids with Controlled Sizes. *Journal of Functional Biomaterials*, *15*(11), Article 11. https://doi.org/10.3390/jfb15110350

Tabachnick, B. G., & Fidell, L. S. (2013). Using multivariate statistics (6. Baskı). *MA: Pearson*.

Thompson, W. D. (1917). *On growth and form. Cambridge University*. London Press.

Vasey, M. W., & Thayer, J. F. (1987). The Continuing Problem of False Positives in Repeated Measures ANOVA in Psychophysiology: A Multivariate Solution. *Psychophysiology*, *24*(4), 479–486. https://doi.org/10.1111/j.1469-8986.1987.tb00324.x

Wadell, H. (1935). Volume, Shape, and Roundness of Quartz Particles. *The Journal of Geology*. https://doi.org/10.1086/624298

Yang, F., Zeng, Y.-H., & Huai, W.-X. (2021). A new model for settling velocity of non-spherical particles. *Environmental Science and Pollution Research International*, *28*(43), 61636–61646. https://doi.org/10.1007/s11356-021-14880-9

Yulo, P. R. J., & Hendrickson, H. L. (2019). The evolution of spherical cell shape; progress and perspective. *Biochemical Society Transactions*, *47*(6), 1621–1634. https://doi.org/10.1042/BST20180634

Zhao, B., Wang, J., Coop, M. R., Viggiani, G., & Jiang, M. (2015). An investigation of single sand particle fracture using X-ray micro-tomography. *Geotechnique*, *65*(8), 625–641. https://doi.org/10.1680/geot.4.P.157